



Rădăcina pătrată a unui număr natural pătrat perfect

CLASA
a VII-a

În această lecție vei învăța:

- ce este un număr natural pătrat perfect;
- ce înseamnă rădăcina pătrată a unui pătrat perfect;
- cum citești și cum folosești simbolul radical;
- cum recunoști și cum calculezi rădăcina pătrată a unui pătrat perfect;
- cum eviți confuzia dintre radical și ecuația $x^2 = a$.

1. Numere naturale pătrate perfecte

Atunci când înmulțim un număr natural cu el însuși, obținem pătratul acelui număr. Rezultatul este un pătrat perfect.

Definiție: Un număr natural a se numește pătrat perfect dacă există un număr natural n astfel încât $a = n^2$.

$$361 = 19^2 = 19 \cdot 19$$

Prin urmare, 361 este pătrat perfect.

Interpretare geometrică: dacă un pătrat are latura de 19 unități, aria lui este $19^2 = 361$ unități pătrate. De aici provine denumirea de „pătrat perfect”.

2. Tabelul pătratelor perfecte

Este util să recunoști rapid pătratele numerelor naturale de la 0 la 15. Aceste valori apar frecvent în calcule.

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
n^2	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	169	196	225

Observație: $0 = 0^2$ și $1 = 1^2$, deci și 0, și 1 sunt pătrate perfecte.

3. Rădăcina pătrată a unui pătrat perfect

Extragerea rădăcinii pătrate este operația prin care aflăm numărul natural care, ridicat la pătrat, produce numărul dat.

Definiție: Fie a un număr natural pătrat perfect. Rădăcina pătrată a lui a este unicul număr natural n pentru care $n^2 = a$.

$$\sqrt{a} = n$$

$$\sqrt{361} = 19, \text{ deoarece } 19^2 = 361$$

Cum se citește?

$$\sqrt{900}$$

„rădăcina pătrată din 900” sau „radical din 900”

Care este rezultatul?

$$\sqrt{900} = 30$$

Verificare: $30^2 = 900$.

Elementele scrierii:

$$\sqrt{a}$$

Semnul din stânga se numește semnul radicalului, iar numărul a se numește radicand.

4. Legătura dintre pătrat și rădăcina pătrată

Ridicarea la pătrat și extragerea rădăcinii pătrate se inversează una pe cealaltă atunci când lucrăm cu numere naturale.

Pentru orice $n \in \mathbb{N}$:

$$\sqrt{n^2} = n$$

Exemplul 1

$$\sqrt{27^2} = 27$$

Exemplul 2

$$\sqrt{2025} = \sqrt{45^2} = 45$$

Atenție: relația este formulată aici pentru $n \in \mathbb{N}$. Pentru un număr real negativ, rădăcina pătrată a pătratului său este valoarea sa absolută, nu numărul negativ.

5. Cum recunoaștem un pătrat perfect?

Metoda 1. Folosim pătratele cunoscute

Căutăm un număr natural care, înmulțit cu el însuși, dă numărul analizat.

$$784 = 28 \cdot 28 = 28^2$$

Deci 784 este pătrat perfect.

Metoda 2. Descompunem în factori primi

Un număr natural nenul este pătrat perfect dacă, în descompunerea sa în factori primi, toți exponenții sunt numere pare.

$$\begin{aligned} 1764 &= 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7^2 \\ 1764 &= (2 \cdot 3 \cdot 7)^2 = 42^2 \end{aligned}$$

Filtru rapid după ultima cifră

Un pătrat perfect poate avea ultima cifră numai 0, 1, 4, 5, 6 sau 9. Dacă un număr se termină în 2, 3, 7 sau 8, nu este pătrat perfect.

Reciproc nu este adevărat: 26 se termină în 6, dar nu este pătrat perfect.

Ideea-cheie

Ultima cifră poate elimina rapid unele numere, dar nu poate demonstra singură că un număr este pătrat perfect.

Pentru o demonstrație, identificăm numărul natural al cărui pătrat este numărul dat sau verificăm exponenții din descompunerea în factori primi.

6. Exemple rezolvate

Exemplul 1. Calculează rădăcina pătrată din 1225.

Căutăm numărul natural al cărui pătrat este 1225.

$$35^2 = 35 \cdot 35 = 1225.$$

Răspuns:

$$\sqrt{1225} = 35$$

Exemplul 2. Arată că 2500 este pătrat perfect și calculează rădăcina sa pătrată.

$$2500 = 50 \cdot 50 = 50^2.$$

Prin urmare, 2500 este pătrat perfect.

Răspuns:

$$\sqrt{2500} = 50$$

Exemplul 3. Este 450 un pătrat perfect?

Observăm că $21^2 = 441$ și $22^2 = 484$.

Numărul 450 este strict între două pătrate perfecte consecutive: $441 < 450 < 484$.

Răspuns: 450 nu este pătrat perfect, deci rădăcina sa pătrată nu este număr natural.

Verificarea rezultatului

După ce ai calculat rădăcina pătrată, ridică rezultatul la pătrat. Dacă obții radicandul, calculul este corect.

$$\sqrt{144} = 12, \quad 12^2 = 144$$

7. Greșeli frecvente

Greșeala 1: scriem două rezultate pentru un radical.

Este greșit să atribuim radicalului două valori. Rădăcina pătrată reprezintă valoarea nenegativă.

$$\sqrt{361} \neq \pm 19, \quad \sqrt{361} = 19$$

Greșeala 2: confundăm radicalul cu o ecuație.

Ecuația $x^2 = 361$ are două soluții întregi, $x = -19$ și $x = 19$, dar radicalul are valoarea nenegativă.

$$\sqrt{361} = 19$$

Greșeala 3: verificăm numai ultima cifră.

Faptul că un număr se termină în 0, 1, 4, 5, 6 sau 9 nu demonstrează că este pătrat perfect. Regula ultimei cifre poate doar să elimine anumite numere.

De reținut

- a este pătrat perfect dacă există $n \in \mathbb{N}$ cu $a = n^2$.
- Rădăcina pătrată a unui pătrat perfect este unicul număr natural care, ridicat la pătrat, dă numărul inițial.
- Dacă $a = n^2$, cu $n \in \mathbb{N}$, atunci:

$$\sqrt{a} = n, \quad \sqrt{n^2} = n$$

- Un radical reprezintă valoarea nenegativă. Semnul $\pm$ apare când rezolvăm anumite ecuații, nu în valoarea radicalului.

Matematica devine mai ușoară când înțelegi logica.

Recunoaște pătratul perfect, calculează rădăcina și verifică rezultatul prin ridicare la pătrat.