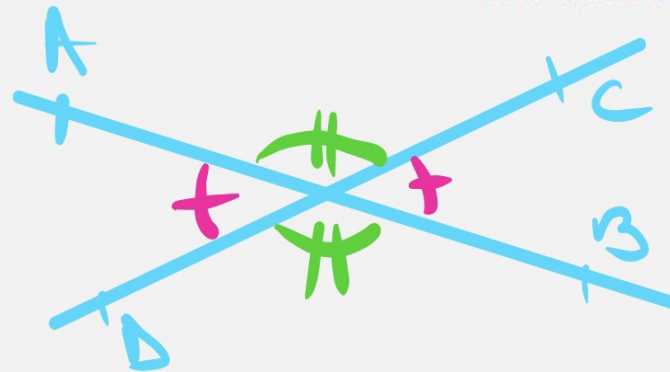


[www.mathmoreeasy.ro](http://www.mathmoreeasy.ro)

# UNGHIURI OPUSE LA VÂRF

*CLASA a VI a*



Considerăm două drepte AB și CD care se intersectează în punctul O.

Semidreptele OA și OB, respectiv OC și OD sunt semidrepte opuse.

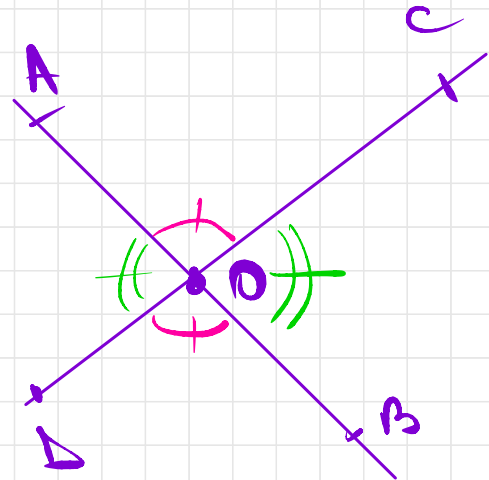
Dacă unghiurile  $\sphericalangle AOC$  și  $\sphericalangle BOD$  au laturile perechi de semidrepte opuse spunem că unghiurile  $\sphericalangle AOC$  și  $\sphericalangle BOD$  sunt unghiuri opuse la vârf.

Observatie: Unghiurile opuse la vârf sunt congruente.

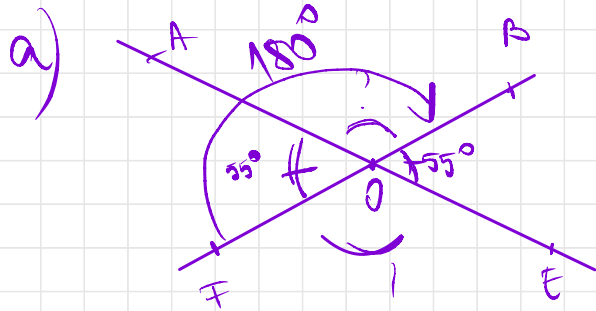
$$AB \cap CD = \{O\}$$

$$\sphericalangle AOC \equiv \sphericalangle BOD \quad \sphericalangle \text{opuse la vârf}$$

$$\sphericalangle BOC \equiv \sphericalangle AOD \quad \sphericalangle \text{opuse la vârf}$$



## Exercitiul 1: Aflati masurile unghiurilor din figurile de mai jos :



$$\sphericalangle FOE \equiv \sphericalangle AOF = 55^\circ \text{ (op. v.)}$$

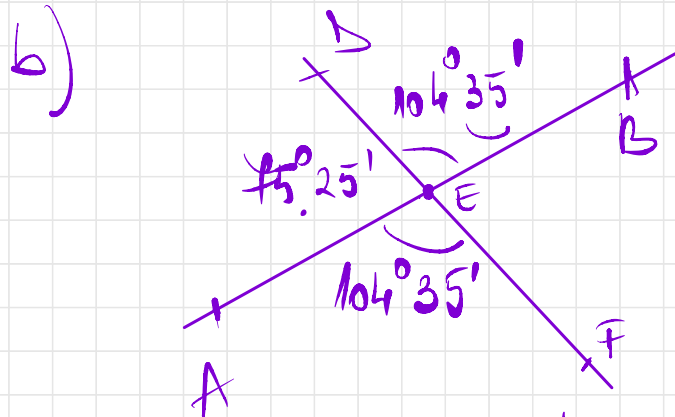
$$\sphericalangle AOB \equiv \sphericalangle FOE \text{ (op. v.)}$$

$$F, O, B \text{ coliniare} \Rightarrow \sphericalangle FOB = 180^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sphericalangle AOB = 180^\circ - \sphericalangle AOF$$

$$\sphericalangle AOB = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ \Rightarrow$$

$$\sphericalangle FOE = 125^\circ$$



$$\sphericalangle AEF \equiv \sphericalangle DEB = 104^\circ 35' \text{ (op. v.)}$$

$$\sphericalangle DEA \equiv \sphericalangle BEF \text{ (op. v.)}$$

$$A, E, B \text{ coliniare} \Rightarrow m(\sphericalangle AEB) = 180^\circ \Rightarrow$$

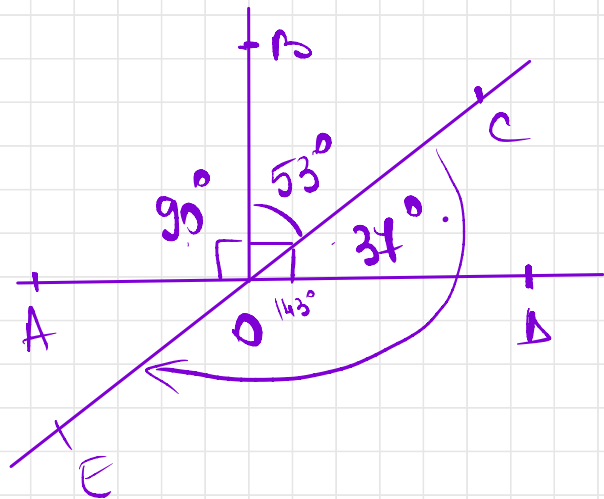
$$\Rightarrow m(\sphericalangle AEB) = 180^\circ - m(\sphericalangle DEB)$$

$$m(\sphericalangle AEB) = 179^\circ 60' - 104^\circ 35'$$

$$m(\sphericalangle AEB) = 75^\circ 25' \Rightarrow m(\sphericalangle BEF) = 75^\circ 25'$$

## Exercitiul 1: Aflati masurile unghiurilor din figurile de mai jos :

c)



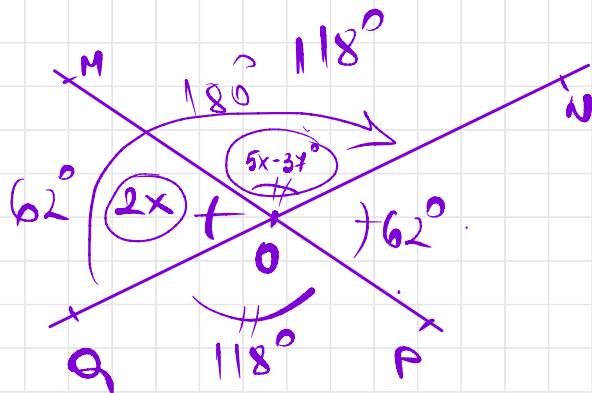
$$m(\angle COE) = m(\angle AOE) - m(\angle AOC)$$

$$m(\angle COE) = 90^\circ - 53^\circ = 37^\circ$$

$$\angle COE \equiv \angle AOE = 37^\circ \text{ (op. v)}$$

$$m(\angle DOE) = 180^\circ - 37^\circ = 143^\circ$$

d)



$$Q, O, N \text{ coliniare} \Rightarrow m(\angle QON) = 180^\circ$$

$$m(\angle MOQ) + m(\angle MON) = m(\angle QON)$$

$$2x + 5x - 37^\circ = 180^\circ \quad | +37^\circ$$

$$7x = 217^\circ \quad | :7$$

$$x = 31^\circ$$

$$\angle MOQ = 62^\circ \Rightarrow m(\angle MON) = 118^\circ$$

**Exercițiul 2:** Dreptele AB și CD sunt concurente în punctul O. Dacă măsura unghiului  $\sphericalangle AOC$  este egală cu  $85^\circ$ , determinați măsurile unghiurilor  $\sphericalangle COB$ ,  $\sphericalangle BOD$ ,  $\sphericalangle DOA$ .

$$\sphericalangle AOC \equiv \sphericalangle BOA = 85^\circ \quad (\text{op. v})$$

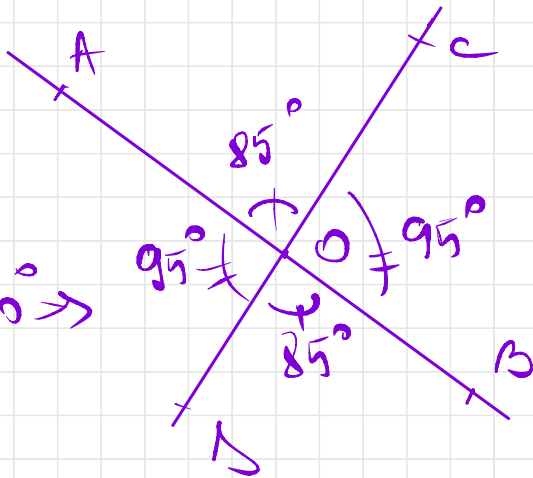
$$\sphericalangle COB \equiv \sphericalangle AOD \quad (\text{op. v})$$

$$\Delta, O, C \text{ coliniare} \Rightarrow m \sphericalangle AOC = 180^\circ \Rightarrow$$

$$m(\sphericalangle AOD) = 180^\circ - m(\sphericalangle AOC)$$

$$m(\sphericalangle AOD) = 180^\circ - 85^\circ = 95^\circ.$$

$$\sphericalangle AOD \equiv \sphericalangle COB = 95^\circ \quad (\text{op. v}).$$



**Exercițiul 3:** Dreptele AB, MN și QP sunt concurente în punctul O. Dacă măsura unghiului AOM este egală cu  $37^{\circ}35'$ , iar măsura unghiului  $\angle$  MOQ este de două ori mai mare decât măsura unghiului  $\angle$  AOM, determinați măsurile unghiurilor  $\angle$  QOB,  $\angle$  BON,  $\angle$  PON și  $\angle$  POA.

$$m(\angle MOQ) = 2 \cdot m(\angle AOM) = 2 \cdot 37^{\circ}35'$$

$$m(\angle MOQ) = 74^{\circ}70' = 75^{\circ}10'$$

$$A, O, B \text{ coliniare} \rightarrow m(\angle AOB) = 180^{\circ}$$

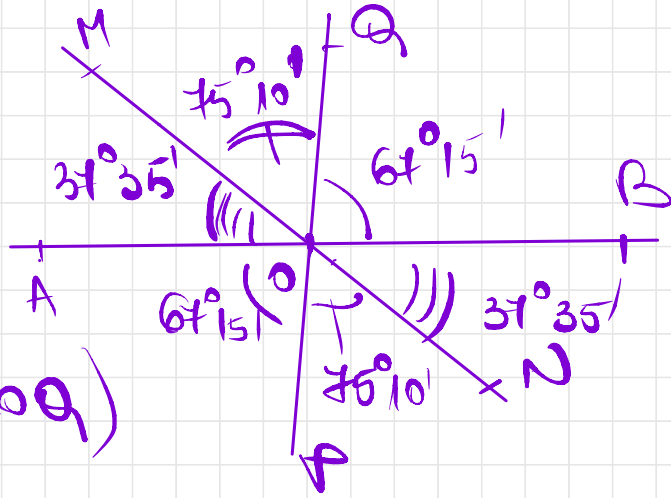
$$m(\angle BOQ) = 180^{\circ} - (m(\angle AOM) + m(\angle MOQ))$$

$$\begin{aligned} m(\angle BOQ) &= 180^{\circ} - (75^{\circ}10' + 37^{\circ}35') = \\ &= 180^{\circ} - 112^{\circ}45' = 179^{\circ}60' - 112^{\circ}45' = 67^{\circ}15' \end{aligned}$$

$$\angle AOP \equiv \angle BOQ = 67^{\circ}15' \quad (\text{op. v.})$$

$$\angle NOP \equiv \angle MOQ = 75^{\circ}10' \quad (\text{op. v.})$$

$$\angle BON \equiv \angle AOM = 37^{\circ}35'$$



**Exercițiul 4:** Două drepte MN și PQ sunt concurente în punctul O. Dacă măsura unghiului  $\sphericalangle MOP$  este egală cu  $85^\circ - x^\circ$  și măsura unghiului  $\sphericalangle NOQ$  este egală cu  $2x^\circ + 25^\circ$ , determinați măsurile unghiurilor  $\sphericalangle PON$  și  $\sphericalangle QOM$ .

$$\sphericalangle MOP \equiv \sphericalangle NOQ \text{ (op. vert.)} \Rightarrow$$

$$85^\circ - x^\circ = 2x^\circ + 25^\circ$$

$$85^\circ - 25^\circ = 2x^\circ + x^\circ$$

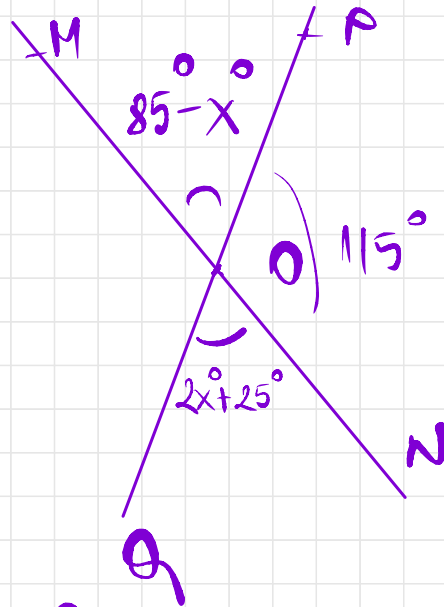
$$60^\circ = 3x^\circ \quad | \quad :3 \Rightarrow x = 20^\circ$$

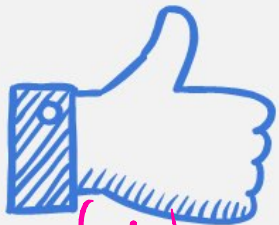
$$\sphericalangle MOP \equiv \sphericalangle NOQ = 65^\circ$$

$$P, O, Q \text{ coliniare} \Rightarrow \sphericalangle POQ = 180^\circ$$

$$\sphericalangle PON = 180^\circ - \sphericalangle NOQ = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$$

$$\sphericalangle MOQ \equiv \sphericalangle PON \text{ op. vert.}$$





DACĂ ȚI-A PLĂCUT

Like

Share

Subscribe!