

MULȚIMI

Descriere, notații și reprezentări

Învăță să definești, să reprezinți și să recunoști corect diferitele tipuri de mulțimi.

În această lecție vei învăța:

- ce este o mulțime și cum se notează;
- cele trei moduri de definire a unei mulțimi;
- cum folosim simbolurile $\in$ și $\notin$;
- ce sunt mulțimea vidă, mulțimile numerice și nenumerice;
- cum recunoaștem mulțimile finite și infinite;
- cum determinăm cardinalul unei mulțimi finite.

1. Ce este o mulțime?

Definiție: O mulțime este o colecție de obiecte bine determinate și distincte, numite elementele mulțimii.

Obiectele sunt bine determinate atunci când putem decide fără ambiguitate dacă un obiect face sau nu parte din mulțime.

Exemplu de mulțime

Mulțimea cifrelor pare este bine determinată:

$$P = \{0, 2, 4, 6, 8\}$$

Exemplu nepotrivit

„Mulțimea filmelor frumoase” nu este bine determinată, deoarece aprecierea depinde de fiecare persoană.

Notație: mulțimile se notează, de regulă, cu litere mari: A, B, C, ..., iar elementele lor se notează cu litere mici, numere sau alte simboluri.

2. Cum definim și reprezentăm o mulțime?

O mulțime poate fi definită în trei moduri:

1. Prin enumerare

Scriem toate elementele între acolade.

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

2. Prin diagramă Venn-Euler

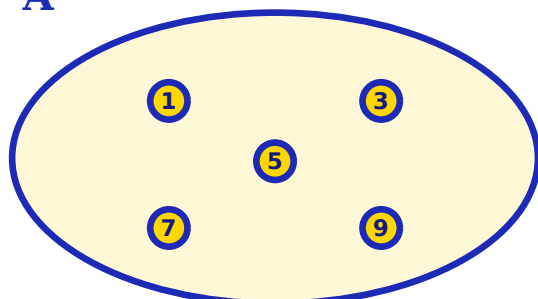
Scriem elementele în interiorul unei linii curbe închise.

3. Printr-o proprietate caracteristică

Precizăm proprietatea pe care o are fiecare element al mulțimii și niciun alt element din afara ei.

$$A = \{x \mid x \text{ este cifră impară}\}$$

A



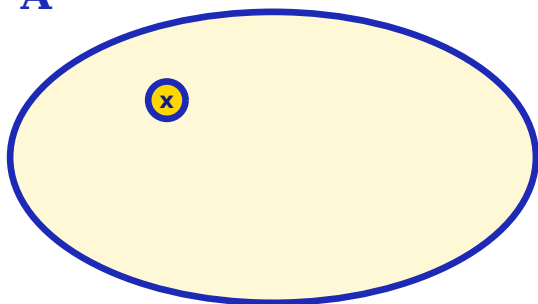
$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\} = \{x \mid x \text{ este cifră impară}\}$$

3. Relația dintre un element și o mulțime

Dacă A este o mulțime și x este un element al său, scriem $x \in A$ și citim „ x aparține mulțimii A ”.

Dacă x nu este un element al mulțimii A , scriem $x \notin A$ și citim „ x nu aparține mulțimii A ”.

A



A = mulțimea; x = element al mulțimii A ; $x \in A$

3 este element al mulțimii A

$$3 \in A$$

6 nu este element al mulțimii A

$$6 \notin A$$

Important: simbolurile $\in$ și $\notin$ descriu relația dintre un element și o mulțime.

4. Elementele nu se repetă

Într-o mulțime, fiecare element se scrie o singură dată, chiar dacă apare de mai multe ori în situația analizată.

Cuvântul matematica conține unele litere de mai multe ori. Mulțimea literelor sale este:

$$M = \{m, a, t, e, i, c\}$$

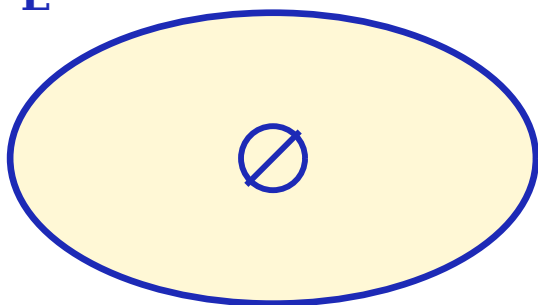
Literele m , a și t se scriu o singură dată în mulțime.

Ordinea nu schimbă mulțimea: $\{1, 3, 5\} = \{5, 1, 3\}$.

5. Mulțimea vidă

Mulțimea vidă este mulțimea care nu are niciun element și se notează cu simbolul $\emptyset$.

E



Exemplu: mulțimea consoanelor din cuvântul „eu” este mulțimea vidă.

$$\text{card } \emptyset = 0$$

6. Mulțimea numerelor naturale

Mulțimea care are ca elemente toate numerele naturale se numește mulțimea numerelor naturale și se notează cu $\mathbb{N}$.

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots, n-1, n, n+1, \dots\}$$

Mulțimea numerelor naturale diferite de zero se numește mulțimea numerelor naturale nenule și se notează cu $\mathbb{N}^*$.

$$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, \dots, n-1, n, n+1, \dots\}$$

Observație: $0 \in \mathbb{N}$, dar $0 \notin \mathbb{N}^*$.

Atenție: simbolul ∞ nu este număr natural și nu se scrie ca element al mulțimii $\mathbb{N}$. Punctele de suspensie arată că șirul numerelor continuă fără sfârșit.

7. Mulțimi numerice și mulțimi nenumerice

Mulțime numerică

Toate elementele sale sunt numere.

$$C = \{2, 7, 11\}$$

Mulțime nenumerică

Conține cel puțin un element care nu este număr.

$$D = \{m, a, t, e\}$$

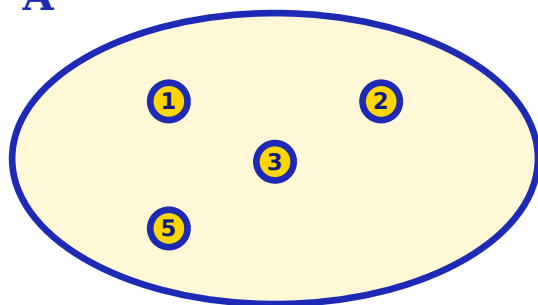
În mulțimea $E = \{1, 2, a\}$, elementul a nu este număr. Prin urmare, E este o mulțime nenumerică.

8. Mulțimi finite și cardinalul lor

O mulțime care are n elemente, unde n este un număr natural, se numește mulțime finită.

Numărul de elemente ale unei mulțimi finite M se numește cardinalul mulțimii și se notează $\text{card } M$.

A



$$A = \{1, 2, 3, 5\} \Rightarrow \text{card } A = 4$$

9. Mulțimi infinite

O mulțime care nu are un număr finit de elemente se numește mulțime infinită.

Exemple numerice

Mulțimile $\mathbb{N}$ și $\mathbb{N}^*$ sunt mulțimi infinite.

Exemple geometrice

Dreapta, semidreapta și segmentul, considerate ca mulțimi de puncte, sunt mulțimi infinite.

10. Sintează

Tip	Caracteristică	Exemplu
Vidă	Nu are niciun element.	$\square$
Numerică	Toate elementele sunt numere.	$\{2, 7, 11\}$
Nenumerică	Conține cel puțin un element care nu este număr.	$\{m, a, t, e\}$
Finită	Are un număr finit de elemente.	$\{0, 4, 7, 15\}$
Infinită	Nu are un număr finit de elemente.	$\mathbb{N}$

11. Greșeli frecvente

Repetăm elementele. Într-o mulțime, fiecare element se scrie o singură dată. Mulțimea cifrelor numărului 1223 este $\{1, 2, 3\}$.

Credem că ordinea schimbă mulțimea. Mulțimile $\{1, 2, 3\}$ și $\{3, 1, 2\}$ sunt egale.

11. Greșeli frecvente - continuare

Confundăm $\in$ cu $=$. Scriem $3 \in A$ pentru a arăta că 3 este element al mulțimii A, nu $3 = A$.

Scriem ∞ ca element al lui $\mathbb{N}$. Corect este $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$. Simbolul ∞ nu este element al lui $\mathbb{N}$.

Considerăm că $\emptyset$ are un element. Mulțimea vidă nu are niciun element, deci $\text{card } \emptyset = 0$.

Numărăm un element repetat de două ori. Cardinalul este numărul elementelor distincte.

De reținut

- O mulțime este o colecție de obiecte bine determinate și distincte.
- O mulțime poate fi definită prin enumerare, printr-o diagramă Venn-Euler sau printr-o proprietate caracteristică.
- $x \in A$ înseamnă că x aparține mulțimii A, iar $x \notin A$ înseamnă că nu aparține.
- Într-o mulțime, fiecare element se scrie o singură dată, iar ordinea elementelor nu contează.
- Mulțimea vidă se notează cu $\emptyset$ și are cardinalul zero.
- $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$, iar $\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, \dots\}$.
- Cardinalul unei mulțimi finite este numărul elementelor sale distincte.
- Mulțimile finite au un număr finit de elemente, iar mulțimile infinite nu au un număr finit de elemente.

Verifică dacă ai înțeles

1. Scrie mulțimea cifrelor numărului 2026.
2. Pentru $A = \{1, 3, 5, 7\}$, completează cu $\in$ sau $\notin$: $3 \dots A$; $4 \dots A$.
3. Determină $\text{card } A$.
4. Precizează dacă mulțimea A este finită sau infinită.
5. Scrie mulțimea numerelor naturale mai mici decât 5.

Matematica devine mai ușoară când înțelegi logica

Continuă să înveți cu Math More Easy.