

În această lecție vei învăța:  
cum sunt organizate numerele în mulțimile  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$  și  $\mathbb{R}$ , ce sunt numerele raționale și iraționale, cum recunoști scrierile zecimale finite și periodice și care este diferența dintre apartenența la o mulțime și incluziunea mulțimilor.

## 1. Mulțimea numerelor naturale $\mathbb{N}$

Numerele folosite pentru numărare formează mulțimea numerelor naturale, notată cu  $\mathbb{N}$ .

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$
$$\mathbb{N}^* = \mathbb{N} \setminus \{0\}$$

Exemple:  $0 \in \mathbb{N}$ ,  $7 \in \mathbb{N}$ ,  $125 \in \mathbb{N}$ , dar  $-4 \notin \mathbb{N}$ .

Observație: suma și produsul a două numere naturale sunt numere naturale. Diferența nu este întotdeauna număr natural.

## 2. Mulțimea numerelor întregi $\mathbb{Z}$

Numerele întregi cuprind numerele naturale, numerele întregi negative și numărul 0.

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$
$$\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$
$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$$

Suma, diferența și produsul a două numere întregi sunt numere întregi.

## 3. Mulțimea numerelor raționale $\mathbb{Q}$

Definiție: un număr este rațional dacă poate fi scris sub forma unei fracții cu numărător întreg și numitor întreg nenul.

$$x = \frac{a}{b} \quad \text{unde } a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$$

Exemple:  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{-7}{2}$ ,  $5 = \frac{5}{1}$

$$\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \quad \mathbb{Q}^* = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$$

## 4. Frații echivalente. Amplificare și simplificare

Fracțiile echivalente reprezintă același număr rațional.

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{10}{15}$$

Amplificarea înmulțește numărătorul și numitorul cu același număr nenul. Simplificarea îi împarte la un divizor comun nenul. O fracție este ireductibilă când numărătorul și numitorul sunt prime între ele.

## 5. Scrierea zecimală a numerelor raționale

Orice număr rațional are o scriere zecimală finită sau periodică. Pentru o fracție ireductibilă, tipul scrierii depinde de factorii primi ai numitorului.

| Tip              | Condiția numitorului               | Exemplu                  |
|------------------|------------------------------------|--------------------------|
| Finită           | numai 2 și/sau 5                   | $\frac{3}{8} = 0,375$    |
| Periodică simplă | fără factorii 2 și 5               | $\frac{1}{3} = 0,(3)$    |
| Periodică mixtă  | 2 și/sau 5 plus alți factori primi | $\frac{7}{12} = 0,58(3)$ |

## 6. Din scriere zecimală în fracție ordinară

O scriere zecimală finită sau periodică poate fi transformată într-o fracție ordinară.

$$0,75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

$$0,(3) = \frac{1}{3}$$

$$0,2(3) = \frac{7}{30}$$

## 7. Numere iraționale

Numerele reale care nu sunt raționale se numesc numere iraționale. Mulțimea lor este  $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ . Scrierea lor zecimală este infinită și neperiodică.

Exemple:  $\sqrt{2}$  ,  $\sqrt{3}$  ,  $\pi$

Atenție: nu orice radical este irațional.

$$\sqrt{9} = 3$$

## 8. Mulțimea numerelor reale $\mathbb{R}$

Mulțimea numerelor reale reunește numerele raționale și numerele iraționale.

$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q})$$

$$\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

## 9. Apartenență și incluziune

$\in$  se folosește între un element și o mulțime.

$\subset$  se folosește între două mulțimi.

$$5 \in \mathbb{N}, -3 \in \mathbb{Z}, \frac{2}{3} \in \mathbb{Q}, \sqrt{2} \in \mathbb{R}$$

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}, \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}, \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}.$$

Nu confundăm:  $3 \in \mathbb{N}$ , dar  $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ .

## 10. De reținut

- $\mathbb{N}$  este mulțimea numerelor naturale.
- $\mathbb{Z}$  este mulțimea numerelor întregi.
- $\mathbb{Q}$  este mulțimea numerelor raționale.
- $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$  este mulțimea numerelor iraționale.
- $\mathbb{R}$  este mulțimea numerelor reale.
- Raționalele au scriere zecimală finită sau periodică.
- Iraționalele au scriere zecimală infinită și neperiodică.
- $\in$  exprimă apartenența, iar  $\subset$  exprimă incluziunea.
- $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ .